



Guía 4to medio PD matemáticas

| | |
|--|--|
| NOMBRE: | Curso: 4to medio A |
| Fecha: | Tiempo estimado 100 min |
| Puntaje Real: 35 pts. | Puntaje Obtenido: |
| Objetivo de la evaluación Progresión geométrica y suma de términos de una progresión | Habilidades para evaluar Resolver aplicando propiedades de las progresiones, |

PROGRESION GEOMETRICA

En clases vimos la progresión aritmética y sus características, identificamos que tenía un primer término a_1 , una diferencia d que era un número que se sumaba o restaba constantemente. Ahora veremos la progresión geométrica, en palabras simples es lo mismo, pero ahora se va multiplicando un número constantemente.

Por ejemplo. Tenemos la siguiente progresión

3, 12, 48, 192, 768, 3072, en esta progresión nos damos cuenta de que el primer término es 3, y que la progresión es creciente (se hace más grande) y que se va multiplicando constantemente por 4.

$$3 \cdot 4 = 12 \cdot 4 = 48 \cdot 4 = 192 \cdot 4 = 768 \cdot 4 = 3072 \dots \dots$$

A este número 4 que encontramos lo llamaremos RAZON y se designa con la letra r

Ahora debemos recordar que como en la guía anterior hay una fórmula para determinar términos de la progresión.

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

Donde el comienzo se mantiene solo cambia después del 1er término.

Veamos unos ejemplos.

1) Determine el décimo término de una Progresión Geométrica si se sabe que su primer término es 2 y su razón el 5.

Ayúdate con una calculadora

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 \cdot r^{n-1} \\ a_{10} &= 2 \cdot 5^{10-1} \\ a_{10} &= 2 \cdot 5^9 \\ a_{10} &= 2 \cdot 1953125 \\ a_{10} &= 3906250 \end{aligned}$$

1er paso. Copiar formula
2do paso. Reemplazar cada dato
3er paso. Restar el exponente
4to paso. Resolver la potencia
5to paso Multiplicar el resultado de la potencia por el primer termino a_1

2) Determine el noveno término de una Progresión Geométrica si se sabe que su primer término es 4 y su razón el (1/2).

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 \cdot r^{n-1} \\ a_9 &= 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{9-1} \\ a_9 &= 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^8 \\ a_9 &= 4 \cdot \frac{1^8}{2^8} \\ a_9 &= 4 \cdot \frac{1}{256} \\ a_9 &= \frac{4 \cdot 1}{256} \\ a_9 &= \frac{4 : 4}{256 : 4} = \frac{1}{64} \end{aligned}$$

En este caso la razón es una fracción, por lo tanto, el exponente afecta a ambos números de la fracción, luego, cuando tienes lista la fracción multiplicas por el primer término. El 4 está partido por el famoso uno imaginario, así que multiplicas hacia el lado. Y luego de ser posible simplificas la fracción.

$$\frac{4}{1} \cdot \frac{1}{256} = \frac{4 : 4}{256 : 4} = \frac{1}{64}$$



ACTIVIDAD 1 (16 pts.)

I. Determine el término faltante en cada progresión. Identificando si es ARITMETICA o GEOMETRICA.

- a) -5,-1,3,7 a_{30}
- b) $1/2, 1/4, 1/8, 1/16$ a_{11}
- c) 3, 9, 27, 81 a_{25}
- d) 41, 35, 29, 23 a_{50}
- e) -1,1,3,5,7 a_{21}

II. Hallar el término faltante de la Progresión Geométrica dado su primer término y la diferencia.

| | | |
|------------|------------|---------|
| $a_1 = 2$ | $r = -2$ | $a_8 =$ |
| $a_1 = -3$ | $r = 9$ | $a_7 =$ |
| $a_1 = 7$ | $r = -1/2$ | $a_9 =$ |

SUMA DE TERMINOS DE UNA PROGRESION.

Es posible sumar una cantidad acotada de términos de una progresión y existen fórmulas que facilitan el trabajo de sumar uno por uno los términos.

Suma de los primeros n términos de una progresión aritmética

$$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$$

Suma de los primeros n términos de una progresión geométrica

$$S_n = a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

Ejemplo 1: Dada la siguiente PA {1, 4, 7, 10, 13, 16, ... } halle la suma de los primeros 20 términos de dicha progresión.

1ero debemos encontrar el término que ocupa la posición número 20 de esta progresión. Usando la fórmula de la guía anterior. $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = 1 + (20 - 1) \cdot 3$

Cuando encontremos que el termino $a_{20} = 58$ reemplazamos en la nueva fórmula.

$$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$$

$$S_{20} = \frac{20 \cdot (1 + 58)}{2}$$

$$S_{20} = \frac{20 \cdot (59)}{2}$$

$$S_{20} = \frac{1180}{2}$$

$$S_{20} = 590$$

Ahora tu. Determina la suma de los primeros 15 términos de las siguientes PA (10 pts)

- a) -5,0,5,10
- b) -1/2, -1/4, 0, 1/4...
- c) 5, 9, 13, 17
- d) 51, 58, 65, 72....
- e) -1,1,3,5,7



Ejemplo 2: Dada la siguiente Progresión Geométrica {20, 10, 5, 2.5, 1.25, ...} halle la suma de los primeros 9 términos de dicha progresión.

1ro halle la razón de la progresión dada, si nos damos cuenta la progresión se hace más pequeña, por lo tanto, es decreciente. Cada número es la mitad del anterior por lo tanto la razón es $\frac{1}{2}$. (un medio)

$$S_n = a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

$$S_9 = 20 \cdot \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^9 - 1}{\left(\frac{1}{2}\right) - 1}$$

Se reemplazan los datos, recordar que el exponente afecta a ambos números. Y se resuelve primero la potencia. $2^9 = 512$

$$S_9 = 20 \cdot \frac{\left(\frac{1}{512}\right) - 1}{\left(\frac{1}{2}\right) - 1}$$

$$S_9 = 20 \cdot \frac{\left(\frac{1}{512}\right) - 1}{\left(\frac{1}{2}\right) - 1}$$

$$S_9 = 20 \cdot \frac{\frac{1}{512} - \frac{1}{1}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{1}}$$

Para sumar fracciones debes recordar el proceso y que ese uno que estaba solito está dividido por un uno imaginario.

$$\frac{1}{512} - \frac{1 \cdot 512}{1 \cdot 512} = \frac{1}{512} - \frac{512}{512} = \frac{1 - 512}{512}$$

El 512 de abajo se mantiene

$$S_9 = 20 \cdot \frac{\frac{1 - 512}{512}}{\frac{1 - 2}{2}}$$

$$S_9 = 20 \cdot \frac{\frac{-511}{512}}{\frac{-1}{2}}$$

$$S_9 = 20 \cdot \frac{-511 \cdot 2}{512 \cdot -1}$$

$$\frac{-511}{\frac{512}{-1}}$$

es una división de fracciones por lo tanto es lo mismo

$$\text{que escribirlas así } \frac{-511}{512} : \frac{-1}{2} = \frac{-511}{512} \cdot \frac{2}{-1} = \frac{-511 \cdot 2}{512 \cdot -1}$$

Y resolver la división de fracciones dando vuelta la 2da fracción y multiplicando para el lado.

$$S_9 = 20 \cdot \frac{-1022}{-512}$$

$$S_9 = 20 \cdot \frac{-1022}{-512}$$

$$S_9 = \frac{20 \cdot -1022}{-512}$$

$$S_9 = \frac{-20440 : 8}{-512 : 8} = \frac{2555}{64}$$

Finalmente se multiplica la fracción resultante por el primer término y se simplifica.

Ahora tu. Determina la suma de los primeros 7 términos de las siguientes PG (9 pts.)

- a) 1,5,25,125
- b) 2, 4, 8, 16...
- c) 3, 1, 1/3, 1/9