Guía Pedagógica N°5

Nombre:	**Curso: Segundo medio**
Fecha inicio:18/05	**Fecha Término 29/05**

Descripción Curricular de la Evaluación

Unidad	**N° 1**
Objetivos	**OA1**
Habilidades	Evaluar el proceso y comprobar resultados y soluciones dadas de un problema matemático.
Indicadores de evaluación	• Operan con números racionales e irracionales.

Instrucciones
Esta guía debe estar desarrollada en tu cuaderno.
Recuerda que en lo posible debes trabajar con lápiz pasta NEGRO.
No realices todas las actividades de una vez. Toma descansos de a lo menos 15 minutos para continuar con el trabajo.
Cualquier duda puedes consultar al siguiente correo electrónico:
m.zuniga@colegiodomingoeyzaguirre.cl

NÚMEROS IRRACIONALES (Q^*)

En esta guía trabajaremos operatoria con números Irracionales. Antes de continuar recordemos, según lo aprendido en guía anterior, que este conjunto numérico se define por aquellos números que no pueden expresarse mediante el cociente de dos enteros y se caracterizan por poseer infinitas cifras decimales no periódicas. De este modo, puede definirse **al número irracional como un decimal infinito no periódico,** donde su representación exacta es **como raíz** y en caso de expresarlos en forma decimal, es preciso utilizar el signo ≈ que indica aproximación (actividad que realizaste en guía anterior en el cual aproximaste considerando decimales y observaste que muchas de ellas obtenías un valor entero, a estas las llamaremos exactas, ya que no son números decimales infinitos).

Definición de raíz

Para comprender lo que es la raíz enésima de un número, es necesario tener en claro los términos de la radicación:

Indice

$$\sqrt[n]{a} = b$$

Raíz
o valor de la raìz

Cantidad subradical

Observación: Cuando en una raíz el índice es 2, este se suprime, es decir: $\sqrt[2]{\boldsymbol{a}} = \sqrt{\boldsymbol{a}}$ y se lee “Raíz cuadrada de a”

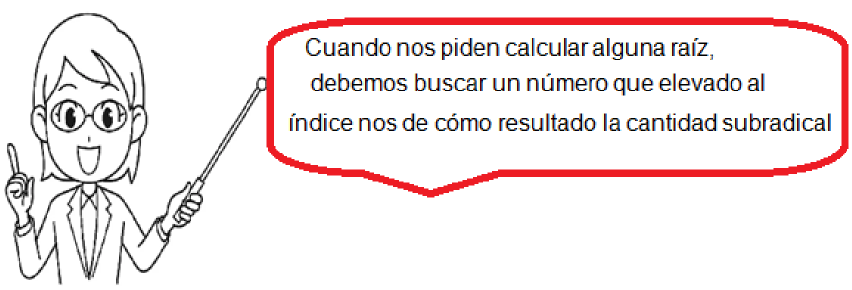
Ejemplos:

1. $\sqrt{\mathbf{9}} = \mathbf{3}$ Se lee: “raíz cuadrada de 9”

- Índice=2
- Cantidad subradical=9
- Valor de la raíz = 3

2. $\sqrt{\mathbf{25}} = \mathbf{5}$ Se lee: “raíz cuadrada de 25”

- Índice=2
- Cantidad subradical = 25
- Valor de la raíz = 5,



3. $\sqrt[3]{\mathbf{8}} = \mathbf{2}$ Se lee: “raíz cúbica de 8”

- Índice=3
- Cantidad subradical = 8
- Valor de la raíz = 2 **¿Por qué es 2? ,** Según su definición necesitamos un numero que elevado al índice **3** ,nos de cómo resultado la cantidad subradical que es **8**.
  $¿Qué\ número\ elevado\ a\ 3\ resulta\ 8\ , \boldsymbol{x^3} = \mathbf{8}?\ ese\ numero\ es\ el\ 2\ , ya\ que\ \ 2^3 = 8$

4. $\sqrt[4]{\mathbf{81}} = \mathbf{3}$ Se lee: “raíz cuarta de 81”

- Índice=4
- Cantidad subradical = 81
- Valor de la raíz = 3 **¿Por qué es 3?,** Según su definición necesitamos un numero que elevado al índice **4** , nos de cómo resultado la cantidad subradical que es **81**.
- $¿Qué\ número\ elevado\ a\ 4\ resulta\ 81\ , \boldsymbol{x^4} = \mathbf{81}?\ ese\ numero\ es\ el\ \mathbf{3}\ , ya\ que\ \ 3^4 = 81$

Antes de continuar calcula las siguientes raíces exactas según los ejemplos anteriores:

$\sqrt[3]{\mathbf{27}}$**=**

$\sqrt[4]{\mathbf{16}}$**=**

$\sqrt[5]{\mathbf{32}}$**=**

$\sqrt[3]{\mathbf{125}}$**=**

OPERACIONES CON NÚMEROS IRRACIONALES

Los números irracionales, tal como los otros conjuntos numéricos que ya conocemos hasta ahora, es posible realizar las operaciones básicas (sumas, restas, multiplicaciones y divisiones). A continuación, aprendemos a operar con estos nuevos números:

<u>Adición y sustracción</u>

Podemos sumar y restar raíces solamente cuando estos tengan el **mismo índice** y contengan **una cantidad subradical** o radicando. Veamos el siguiente ejemplo:

$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + \sqrt{2} =$

Se pide realizar una operación combinada de sumas, lo cual podremos hacer ya que todos los términos son raíces cuadradas de 2 ,$(\sqrt{2})$

Desarrollo:

(Cuando hay una raiz, sola $\sqrt{2}$, siempre será lo mismo que $1\sqrt{2}$)

$$\mathbf{3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + \sqrt{2} =}$$

¿De qué forma las sumaremos?

$$\mathbf{3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 1\sqrt{2}}$$

$$\mathbf{\underbrace{(3 + 5 + 1)}\sqrt{2}}$$

Sumamos los términos que están delante de la raiz y mantenemos $\sqrt{2}$

$$\mathbf{8\sqrt{2}}$$

Por lo tanto el resultado del ejercicio es $8\sqrt{2}$.

Resolvamos otro ejemplo:

$$\mathbf{4\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + \sqrt{7} =}$$

Como todos los términos tiene $\sqrt{7}$ podemos sumar y/o restar sin problema. Añadiremos un "1" delante de la raíz única $(1\sqrt{7})$

$$\mathbf{4\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + 1\sqrt{7} =}$$

$$\mathbf{(4 - 2 + 1)\sqrt{7}}$$

$$\mathbf{3\sqrt{7}}$$

Por lo tanto el resultado de este ejemplo es $\mathbf{3\sqrt{7}.}$

Continuemos con el siguiente ejemplo:

$$\mathbf{9\sqrt{3} + 2\sqrt[3]{3} + 10\sqrt[3]{3} - 20\sqrt{3} + \sqrt[3]{3} - 12\sqrt{3} =}$$

Observa bien, este ejercicio tiene términos con $\mathbf{\sqrt{3}}$ y términos con $\mathbf{\sqrt[3]{3}}$, tienen ambos cantidad subradical "3", pero unos son de índice **2** (raíz cuadrada) y los otros índice **3** (raíz cúbica). Por lo tanto, vamos a agrupar los términos $\mathbf{\sqrt{3}}$ por un lado y los términos $\mathbf{\sqrt[3]{3}}$ por otro, con sus respectivos signos:

$$\boxed{9\sqrt{3}} + 2\sqrt[3]{3} + 10\sqrt[3]{3} \boxed{- 20\sqrt{3}} + 1\sqrt[3]{3} \boxed{- 12\sqrt{3}} =$$

$\sqrt{3}$	$\sqrt[3]{3}$
$9\sqrt{3}\ - 20\sqrt{3} - 12\sqrt{3}$	$+ 2\sqrt[3]{3} + 10\sqrt[3]{3}\ + \sqrt[3]{3}$
$(9 - 20 - 12)\sqrt{3}$	$(2 + 10 + 1)\sqrt[3]{3}$
$-23\sqrt{3}$	$13\sqrt[3]{3}$

Por lo tanto el resultado es: $-23\sqrt{3} + 13\sqrt[3]{3}$ o bien $13\sqrt[3]{3} - 23\sqrt{3}$ **(**El resultado final queda expresado con dos términos**)**

Y para finalizar, resolvamos el último ejemplo:

$$5\sqrt{2} + 10\sqrt[3]{5} - 3\sqrt{3} - 14\sqrt{2} - 4\sqrt[3]{5} - 7\sqrt{2} + 10\sqrt{3} - 6\sqrt[3]{5} + \sqrt{2} - 8\sqrt{3} =$$

Este ejercicios tiene 10 expresiones, los cuales se agrupan en 3 tipos de términos: $\sqrt{2},\ \sqrt{3}\ y\ \sqrt[3]{5}$**.** Por lo tanto en este ejercicio debemos armar tres grupos, observa:

$$\boxed{5\sqrt{2}} + 10\sqrt[3]{5}\ \underline{- 3\sqrt{3}}\ \boxed{- 14\sqrt{2}} - 4\sqrt[3]{5}\ \boxed{- 7\sqrt{2}}\ \underline{+ 10\sqrt{3}} - 6\sqrt[3]{5}\ \boxed{+ 1\sqrt{2}}\ \underline{- 8\sqrt{3}}$$

$\sqrt{2}$	$\sqrt[3]{5}$	$\sqrt{3}$
$5\sqrt{2}\ - 14\sqrt{2}\ - 7\sqrt{2} + 1\sqrt{2}$	$+ 10\sqrt[3]{5}\ - 4\sqrt[3]{5}\ - 6\sqrt[3]{5}$	$- 3\sqrt{3} + 10\sqrt{3}\ - 8\sqrt{3}$
$(5 - 14 - 7 + 1)\sqrt{2}$	$(10 - 4 - 6)\sqrt[3]{5}$	$(-3 + 10 - 8)\sqrt{3}$
$-20\sqrt{2}$	$0\sqrt[3]{5}$	$- 1\sqrt{3}$

En los términos $\sqrt[3]{5}$ **nos dio como resultado 0,** por lo tanto, este término no se escribe en el resultado final, es decir nuestra solución es: $-20\sqrt{2} - \sqrt{3}$
(Recuerda que el "1" no es necesario escribirlo).

Practiquemos

OBSERVACION
Existen varios ejercicios que tienen números fraccionarios, ten presente que el procedimiento es el mismo:

1) Agrupar los términos según el tipo de raíz.
2) Sumar o restar de acuerdo a lo indicado, en caso de números fraccionarios tú ya sabes sumar y restar fracciones (debes igualar los denominadores). Y transformar decimales a fracción cuando sea necesario.

Resuelve las adiciones y sustracciones de los siguientes ejercicios:

1) $4\sqrt{3} + 11\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 8\sqrt{3} - 15\sqrt{3} =$

2) $6\sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 14\sqrt{5} - 5\sqrt{5} + \sqrt{5} - 7\sqrt{5} + 15\sqrt{5} - 3\sqrt{5} =$

3) $2\sqrt{2} - 10\sqrt{5} - 10\sqrt{2} - 12\sqrt{5} + 12\sqrt{2} + \sqrt{5} - 4\sqrt{2} + \sqrt{5} =$

4) $6\sqrt{6} - 10\sqrt{7} + 10\sqrt{6} - \sqrt{7} + 9\sqrt{6} - 11\sqrt{7} + \sqrt{7} + 4\sqrt{6} =$

5) $4\sqrt[3]{2} + 3\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 8\sqrt[3]{2} + 2\sqrt{2} - \sqrt[3]{2} + 10\sqrt[3]{2} + 7\sqrt{2} =$

6) $-10\sqrt{5} + 9\sqrt[3]{7} + 5\sqrt{5} + 10\sqrt[3]{7} + \sqrt{5} - 13\sqrt[3]{7} + \sqrt{5} - \sqrt[3]{7} =$

7) $-\sqrt{2} + 4\sqrt{5} + 5\sqrt{2} + 4\sqrt{5} - 10\sqrt{5} + 10\sqrt{2} - 13\sqrt{2} + 7\sqrt{2} =$

8) $\frac{3}{5}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} =$

9) $4\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3} + 5\sqrt{2} - \frac{3}{4}\sqrt{3} - 15\sqrt{2} =$

10) $\frac{5}{3}\sqrt{7} + 5\sqrt{10} + \frac{1}{2}\sqrt{5} + \frac{5}{2}\sqrt{7} - 8\sqrt{10} + \frac{1}{4}\sqrt{5} + 3\sqrt{10} =$

11) $0,2\sqrt{5} + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 1,2\sqrt{5} + 14\sqrt{5} - 9\sqrt{2} =$

12) $-\sqrt[5]{2} + 3\sqrt{5} + \frac{1}{5}\sqrt[5]{2} + 16\sqrt{2} - \frac{1}{4}\sqrt{5} + \frac{1}{2}\sqrt{2} =$

13) $\frac{1}{3}\sqrt{6} + 0,2\sqrt{6} =$

14) $-3\sqrt{7} + \frac{3}{4}\sqrt{3} - 4\sqrt{7} + \sqrt{3} - 16\sqrt{7} + \frac{5}{6}\sqrt{3} =$

15) $2\sqrt{2} + 9\sqrt{8} - 10\sqrt{18} =$

CIERRE

- Vamos concluyendo **"Responde en tu cuaderno":**
  a) ¿Qué caracteriza a los números irracionales?
  b) ¿Qué condiciones se deben cumplir para poder realizar la adición o sustracción de raíces?
  c) Observa y realiza lectura del ejercicio resuelto 1 de la página 29 de tu Texto del estudiante. A continuación, intenta contestar las preguntas a, b, c y d de este ejercicio.

Solucionario

Antes de continuar calcula las siguientes raíces exactas según los ejemplos anteriores:

$\sqrt[3]{27}=$ la respuesta es **3**, ya que $3^3 = 27$

$\sqrt[4]{16} =$ la respuesta es **2**, ya que $2^4 = 16$

$\sqrt[5]{32}=$ la respuesta es **2**, ya que $2^5 = 32$

$\sqrt[3]{125}=$ la respuesta es **5**, ya que $5^3 = 125$

Practiquemos

Resuelve las adiciones y sustracciones de los siguientes ejercicios:

1) $-5\sqrt{3}$
2) $3\sqrt{5}$
3) $-20\sqrt{5}$
4) $29\sqrt{6}-21\sqrt{7}$
5) $21\sqrt[3]{2}+2\sqrt{2}$
6) $-3\sqrt{5}+5\sqrt[3]{7}$
7) $8\sqrt{2}-2\sqrt{5}$
8) $\frac{11}{10}\sqrt{2}$
9) $-6\sqrt{2}-\frac{1}{4}\sqrt{3}$
10) $\frac{25}{6}\sqrt{7}+\frac{3}{4}\sqrt{5}$
11) $15{,}4\sqrt{5}-10\sqrt{2}$
12) $-\frac{4}{5}\sqrt[5]{2}+\frac{11}{4}\sqrt{5}+\frac{33}{2}\sqrt{2}$
13) $\frac{8}{15}\sqrt{6}$
14) $-23\sqrt{7}+\frac{31}{12}\sqrt{3}$
15) ¿??