COLEGIO DOMINGO EYZAGUIRRE
Ed. Matemática
Profesora Militza Zúñiga

Guía Nº8 MATEMATICA SEGUNDO MEIDO

NOMBRE:	**Curso:**
Fecha inicio:	**Tiempo termino**

Descripción Curricular de la Evaluación

Nivel	**1**
EJE	**Números**
Objetivos	**O2**
Habilidades a evaluar	Resolver problemas utilizando propiedades de las operaciones con logaritmos.

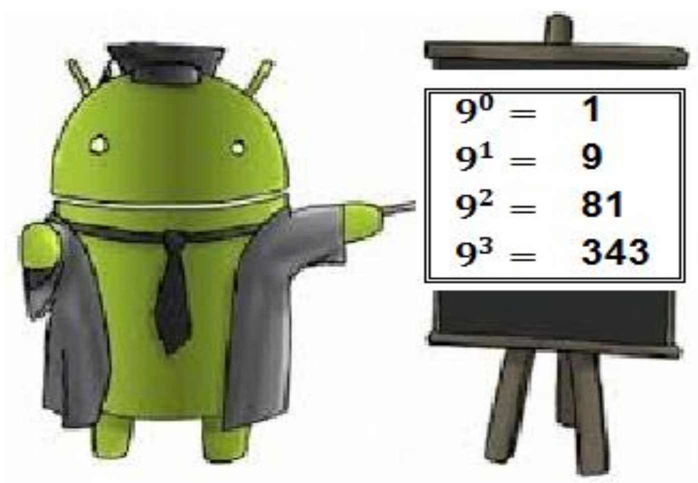
Instrucciones
Pega esta guía en tu cuaderno. Registra el desarrollo de los ejercicios en hojas cuadriculadas.
Envíame una fotografía (en la medida que sea posible) del desarrollo y resultado de la **Actividad 1**.
Cualquier duda puedes consultar al siguiente correo electrónico:
m.zuniga@colegiodomingoeyzaguirre.cl o escríbeme al whatsapp +56971738136.

PROPIEDADES DE LOGARITMOS

En la guía anterior aprendimos la definición de logaritmo, relacionándolo con potencias de distintos exponentes, es decir, los logaritmos son otra manera de expresar exponentes. Sin embargo, nos encontraremos con expresiones en las cuales no podremos de manera directa utilizar la definición para obtener su resultado. Por ejemplo:

$$\log_9 27 = ?$$

Según lo aprendido en la clase anterior debiésemos preguntarnos **¿a qué número debemos elevar el 9 para obtener el 27, es decir $9^x = 27$?**
Observemos la tabla de potencias del 9.



NO podemos dar respuesta a la interrogante anterior, ya que, no existe un número entero al cual elevemos el 9 y obtengamos el 27.

Y eso nos sucederá con muchas expresiones como las siguientes:

$$\log_5 \frac{1}{25}, \quad \log_2 \sqrt[3]{4}, \quad \log_3 \frac{1}{27}, \quad \log_{\sqrt{2}} 8, \text{ etc.}$$

Por lo tanto, a continuación conocernos y comprenderemos las propiedades de las operaciones con logaritmos, para aplicarlas en ecuaciones que contengan logaritmos.

PROPIEDADES DE LOGARITMOS

En las propiedades de logaritmos se verifican las siguientes propiedades con $b > 0$ y $b \neq 1$

1) **Logaritmo de la base.** Si el argumento y la base del logaritmo son iguales, su valor es 1.

$$\log_b b = 1$$

¿Por qué es 1?... Observemos los siguientes ejemplos y apliquemos lo aprendido en guía anterior

Ejemplos:

$\bullet \log_2 2 =$	¿A qué nº debo elevar el 2 para obtener 2, es decir, $\mathbf{2^x = 2}$?	**1** (Es la respuesta siempre que la base y el argumento sean iguales)
$\bullet \log_7 7 =$	¿A qué nº debo elevar el 7 para obtener 7, es decir, $\mathbf{7^x = 7}$?	
$\bullet \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{5} =$	¿A qué nº debo elevar el $\frac{1}{5}$ para obtener $\frac{1}{5}$, es decir, $\mathbf{\frac{1}{5}^x = \frac{1}{5}}$?	

2) **<u>Logaritmo de la unidad</u>.** Cuando el argumento del logaritmo es 1 , sin importar el valor de la base del logaritmo; su valor es 0.

$$\log_b 1 = 0$$

Ejemplos:

$\log_5 1 =$	¿A qué nº debo elevar el 5 para obtener 1, es decir, $\mathbf{5^x = 1}$?	**0** (Es la respuesta siempre que el argumento sean 1, recordar que cualquier nº elevado a cero su valor es 1.)
$\log_8 1 =$	¿A qué nº debo elevar el 7 para obtener 7, es decir, $\mathbf{8^x = 1}$?	
$\log_{\frac{1}{4}} 1 =$	¿A qué nº debo elevar el $\frac{1}{5}$ para obtener $\frac{1}{5}$, es decir, $\mathbf{\frac{1}{4}^x = 1}$?	

3) **Logaritmo de una potencia.** Es igual al producto del exponente de la potencia por el logaritmo de la base.

$$\log_b x^y = y \cdot \log_b x$$

Aplicaremos la propiedad en algunos ejemplos:

- **EJEMPLO 1.** Calcular el valor de $\log_2 4^7 =$

Exponente pasa adelante multiplicando.

$$\log_2 4^7 = \quad 7 \cdot \underbrace{\log_2 4}$$

¿A cuánto debo elevar el 2 para obtener 4?

$$= \quad 7 \cdot 2$$

Resp: $\log_2 4^7 = 14$

- **EJEMPLO 2**. Calcular el valor de $\log_3 \sqrt[5]{81} =$

Lo primero, es transformar la raíz a su equivalente en potencia con exponente fraccionario, es decir, que en vez de escribir $\sqrt[5]{81}$ colocaremos $81^{\frac{1}{5}}$

Exponente pasa adelante multiplicando.

$$\log_3 81^{\frac{1}{5}} = \quad \frac{1}{5} \cdot \underbrace{\log_3 81}$$

¿A cuánto debo elevar el 3 para obtener 81?

$$= \frac{1}{5} \cdot 4$$

Resp: $\log_3 \sqrt[5]{81} = \frac{4}{5}$

4) **<u>Logaritmo de un cociente</u> (división).** El logaritmo de un cociente es la resta de los logaritmos

$$\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b x - \log_b y$$

De la misma forma que la propiedad anterior, desarrollaremos unos ejemplos:

EJEMPLO 1. Calcular el valor de $\log_5\left(\frac{1}{25}\right) =$.

Como es un cociente (división, fracción), separemos en la resta de los logaritmos como indica la propiedad

$$\log_5\left(\frac{1}{25}\right) = \underbrace{\overbrace{\log_5 1}^{\text{Logaritmo del numerador}} - \log_5 25}_{\text{Logaritmo del denominador}}$$

Propiedad nº 2

¿A qué nº debo elevar el 5 para obtener 25, $5^x = 25$?

$$\boxed{= 0 \quad - \quad 2}$$

Por lo tanto el $\log_5\left(\frac{1}{25}\right) = -2$

5) **<u>Logaritmo de un producto</u> (multiplicación).** El logaritmo de un producto, es la suma de los logaritmos de los factores.

$$\log_b(x \cdot y) = \log_b x + \log_b y$$

De la misma forma que la propiedad anterior, desarrollaremos unos ejemplos.

En el caso de esta propiedad, los ejercicios generalmente tiene este formato.

"Si el $\log(2) \approx 0,30$, $\log(3) \approx 0,48$, $\log(5) \approx 0,70$. Aplica propiedades de tal forma que puedas utilizar los valores de los logaritmos entregados".

Ejemplo 1. Calcular $\log 6 = ¿?$

En el enunciado solo nos entregaron el valor aprox. de los logaritmos de 2 ,3 y 5. Por lo tanto descompondremos el **6** en $2 \cdot 3$, es decir, escribiremos: (*6 es lo mismo que 2 por 3)

$$\log 6 = \log(2 \cdot 3) = \log 2 \ + \ \log 3 \longrightarrow$$

Aplicamos propiedad del producto. Por lo tanto, separamos en suma de logaritmos

Según el enunciado el $\log(2) \approx 0,30$

Según el enunciado el $\log(3) \approx 0,48$

$= 0,30 \quad + \quad 0,48$

$= 0,78$

Por lo tanto el $\log 6$ es aproximadamente $0,78$, o

$\therefore \log 6 \approx 0,78$

Ejemplo 2. Calcular $\log 15 = ¿?$

Utilicemos el mismo enunciado. Por lo tanto descompondremos el **15** en $3 \cdot 5$, es decir, escribiremos:

$$\log 15 = \log(3 \cdot 5) = \log 3 + \log 5$$

Aplicamos propiedad del producto. Por lo tanto, separamos en suma de logaritmos

Según el enunciado el $\log(3) \approx 0{,}48$

Según el enunciado el $\log(5) \approx 0{,}70$

$= 0{,}48 + 0{,}70$
$= 1{,}18$
Por lo tanto el $\log 15$ es aproximadamente $1{,}18$, o
$\therefore \log 15 \approx 1{,}18$

Observación: Podemos descomponer el número en los factores que sean necesarios, por ejemplo el $\log 12 = log(2 \cdot 2 \cdot 3) = \log 2 + \log 2 + \log 3$.

Practiquemos:
Para iniciar tu trabajo, reconoce que propiedad puedes utilizar según el tipo ejercicios (Recuerda que en esta guía trabajamos 5 propiedades, más la definición de logaritmo que aprendimos en la guía anterior). La propiedad del producto (nº5) solo debes aplicarla en la **Actividad 2**

Actividad 1. Aplica las propiedades de logaritmos para calcular las siguientes expresiones:

1. $\log_2 16^4 =$
2. $\log_3 \sqrt[3]{9} =$
3. $\log_{\frac{2}{7}} 1 =$
4. $\log_4 \left(\frac{1}{4}\right) =$
5. $\log_2 (\frac{1}{8}) =$
6. $\log_5 125^3 =$
7. $\log 100^{-4} =$
8. $\log_3 \sqrt[7]{27} =$

Actividad 2
Realiza ejercicios **1 a, b, c y d** de la **página 58** de **Tu Texto del Estudiante**. Compara tus respuestas con las soluciones entregadas en las página 330 del texto. (Si los resultados no coinciden, verifica tu desarrollo y cualquier duda me escribes)

Vamos concluyendo

¿Qué propiedad podrías aplicar para calcular el ejemplo del inicio de la guía **¿puedes calcular su valor?**