COLEGIO DOMINGO EYZAGUIRRE
Ed. Matemática y física
Profesora Vanessa Urrutia

Guía Nº11 MATEMATICAS 3ro medio A

NOMBRE:	**Curso: 3ro medio A**
Fecha inicio: octubre	

Descripción Curricular de la Evaluación

Nivel	**2**
EJE	**ALGEBRA Y FUNCIONES**
Objetivos	**OA 3**
Habilidades a evaluar	**Identificar, modelar y analizar la función logarítmica**

Instrucciones
Cualquier duda puedes consultar al siguiente correo electrónico:
v.urrutia@colegiodomingoeyzaguirre.cl o al WhatsApp `+56961084013

MODELAMIENTO MATEMATICO PARA DESCRIBIR Y PREDECIR. (parte 4)

PREVIO: Recordemos un poco de logaritmos.
Los logaritmos son una manera de expresar las potencias, pero donde el resultado es el exponente de la potencia.

Por ejemplo, sabemos que $2^5 = 32$ entonces si nos preguntaran ¿2 elevado a que potencia da 32? La respuesta será 5. Pero esto es posible expresarlo usando Logaritmos.

$$\log_2 32 = 5 \quad \rightarrow \quad 2^5 = 32$$

De forma genérica esto quedaría.
$\log_a b = c \quad \rightarrow \quad a^c = b$

**** la a en ambos casos es la base, base de la potencia, base del logaritmo.
EJEMPLOS:

- $\log_3 9 = 2 \quad \rightarrow \quad 3^2 = 9$
- $\log_5 \frac{1}{5} = -1 \quad \rightarrow \quad 5^{-1} = \frac{1}{5}$
- $\log_{125} 5 = \frac{1}{3} \quad \rightarrow \quad 125^{\frac{1}{3}} = 5 \quad porque \quad \sqrt[3]{125} = 5$
- $\log_{\frac{2}{3}} \frac{4}{9} = 2 \quad \rightarrow \quad \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$
- $\log 1000 = 2 \quad \rightarrow \quad 10^3 = 1000 \qquad ** \, cuando\ no\ hay\ base\ se\ considera\ un\ 10.$

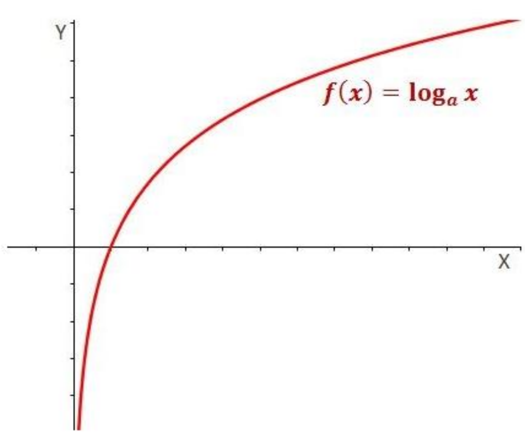
<u>*Concluimos que la potencia es la operación inversa al logaritmo (con misma base).*</u>

FUNCION LOGARITMICA

Una **función logarítmica** está formada por un **logaritmo** de base *a* siendo *a* un real positivo, *a* > 0, y diferente de 1, *a* ≠ 1.
Cuando 0 < *a* < 1, entonces la **función logarítmica** es una **función decreciente** y cuando *a* > 1, entonces es una **función creciente**

Dominio: $\mathbb{R}^+$: El dominio son todos los números reales positivos.

Recorrido: $\mathbb{R}$: El recorrido son todos los números reales



Si te fijas. Tiene características similares a la función exponencial, esto se debe a que están relacionadas.
En este caso la restricción esta en el dominio no en el recorrido como en la exponencial, y es el dominio, ósea los valores de x que no pueden ser considerados en el lado de los negativos, para que sea considerada función. Pero ¿cómo hacemos tablas de valores de esta función?

COLEGIO DOMINGO EYZAGUIRRE
Ed. Matemática y física
Profesora Vanessa Urrutia

Analicemos la función exponencial $f(x) = 3^x$ que ya trabajamos en guías anteriores.
Y su forma logarítmica $g(x) = \log_3 x$.

x	$f(x) = 3^x$
-3	1/27
-2	1/9
-1	1/3
0	1
1	3
2	9
3	27

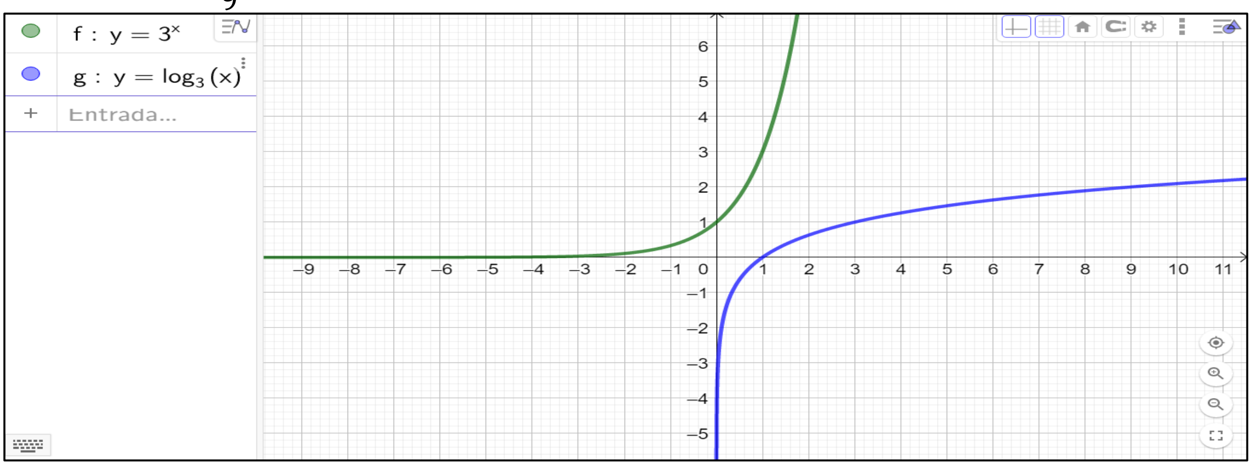
Recuerda si $x = -2$

$f(-2) = 3^{-2} = \frac{1}{9}$

x	$g(x) = \log_3 x$
1/27	-3
1/9	-2
1/3	-1
1	0
3	1
9	2
27	3

Recuerda si x=1/9

$g(1/9) = \log_3 1/9 = -2$ porque $3^{-2} = \frac{1}{9}$



****Concluimos que son funciones inversas, ósea, si**
$\boldsymbol{f(x)^{-1}}$ ***es inversa de*** $\boldsymbol{f(x)}$, ***implica que*** $\boldsymbol{f(x)^{-1} = g(x)}$

COMPAREMOS AHORA DOS CASO DECRECIENTES.

Analicemos la función exponencial $f(x) = \frac{1^x}{3}$ que ya trabajamos en guías anteriores.
Y su forma logarítmica $g(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$.

x	$f(x) = 1/3^x$
-3	27
-2	9
-1	3
0	1
1	1/3
2	1/9
3	1/27

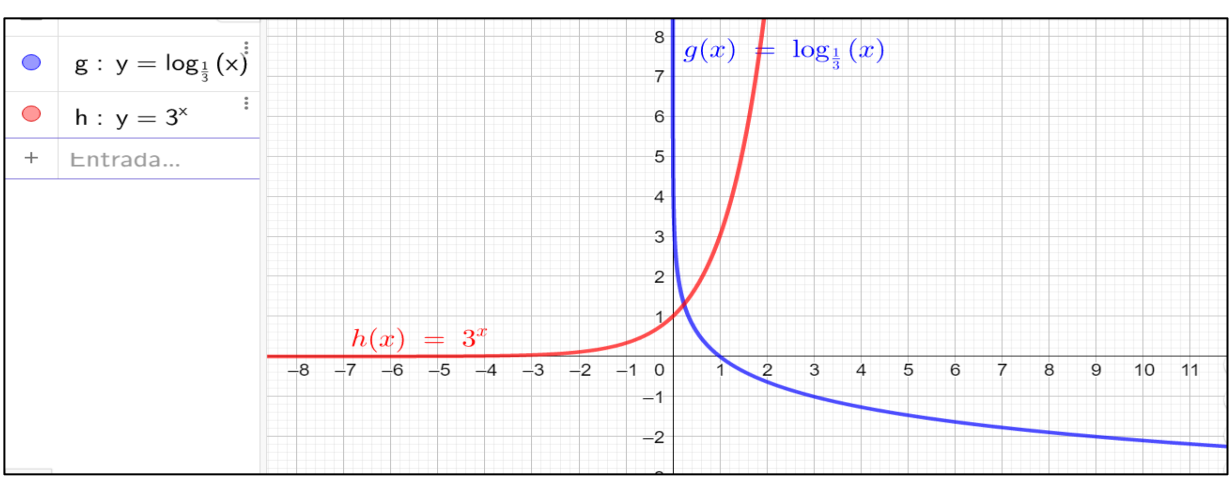
x	$g(x) = \log_{1/3} x$
1/27	3
1/9	2
1/3	1
1	0
3	-1
9	-2
27	-3

Recuerda si $x = -2$

$f(-2) = \frac{1}{3}^{-2} = \frac{1}{9}$

Recuerda si x=1/9

$g(1/9) = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} = -2$ por que $\frac{1}{3}^{-2} = \frac{1}{9}$



COLEGIO DOMINGO EYZAGUIRRE
Ed. Matemática y física
Profesora Vanessa Urrutia

Veamos un ejemplo de ejercicio de aplicación de la función logarítmica.

1. Si $f: R \to]0,+\infty[$ está definida mediante $f(x) = 4^x$. Entonces, es cierto que

I) $f^{-1}(2) = \frac{1}{2}$
II) $f^{-1}(1) = 0$
III) $f^{-1}(16) = 4$

A. Solo II **B. Solo III** **C. Solo I y II** **D. Solo I y III** **E. Solo II y III**

Para esto es necesario que recuerden que el logaritmo es la inversa. Ósea $f^{-1}(x) = \log_4 x$, porque recuerden que deben tener la misma base.
Por lo que debemos calcular tres logaritmos y ver si nos dan los resultados de las opciones.

I) $f^{-1}(2) = \log_4 2 = \frac{1}{2} \quad \to \quad 4^x = 2 \quad y\ sabemos\ que\ 4^{\frac{1}{2}} = 2$
II) $f^{-1}(1) = \log_4 1 = 0 \quad \to \quad 4^x = 1 \quad y\ sabemos\ que\ 4^0 = 1$
III) $f^{-1}(16) = \log_4 16 = 2 \quad \to \quad 4^x = 16 \quad y\ sabemos\ que\ 4^2 = 16$

por lo tanto, opción III es falsa porque arriba dice que $f^{-1}(16) = 4$

2. Al inicio de la unidad leíste un pequeño texto de la escala Richter, donde se presentaba la fórmula para calcular la energía liberada por el sismo si se conoce la magnitud de éste.

$$\log E = 1{,}5M + 11{,}8 \quad \to \quad E = 10^{1{,}5M+11{,}8}$$

Por ejemplo un sismo de magnitud 3,5 que para la mayoría de nosotros es imperceptible
Libera una energía de
Porque

$$\log E = 1{,}5 \cdot 3{,}5 + 11{,}8 \quad \to \quad E = 10^{1{,}5\cdot 3{,}5+11{,}8}$$
$$\log E = 5{,}25 + 11{,}8 \quad \to \quad E = 10^{5{,}25+11{,}8}$$
$$\log E = 17{,}05 \quad \to \quad E = 10^{17{,}05}$$
$$112.201.845.430.196.343{,}559 \ldots$$

"Ciento doce mil doscientos un billones ochocientos cuarenta y cinco mil cuatrocientos treinta mil millones ciento noventa y seis mil trecientos cuarenta y tres "coma" cinco"**…….. de energía.**

3. El nivel de intensidad sonora se mide en decibeles (dB) y la intensidad I se mide en W/m^2 (como aparece en la página 44 del libro)

Para calcular los decibeles se usa la siguiente formula $\beta(I) = 10\ log \frac{I}{10^{-12}}$
Entonces. Si quisiéramos saber el nivel de intensidad que emite el metro de Santiago (aproximadamente) Consideramos el dato "Tren en túnel: $10^{-3}\ W/m^2$" entonces calculemos.

$$\beta(10^{-3}) = 10\ log \frac{10^{-3}}{10^{-12}}$$
$$\beta(10^{-3}) = 10 \log 10^{-3-(-12)}$$
$$\beta(10^{-3}) = 10 \log 10^9$$
$$\beta(10^{-3}) = 10 \cdot 9$$

Finalmente, el nivel de intensidad nos da $\beta(10^{-3}) = 90\ (dB)$

RECUERDA.
$\log 10^9 = 9 \quad porque \to \quad 10^x = 10^9$

4. El pH es una medida de la acidez o alcalinidad de una solución. Este se calcula con la siguiente expresión $PH = -\log[H^+]$, donde $[H^+]$ es la concentración de iones de hidrogeno, medida en moles/litro.

Si el pH es menor que 7, la sustancia es ácida; si es igual a 7, es neutra; si es mayor que 7, es básica.

El naranja tiene un $pH = 4{,}5$

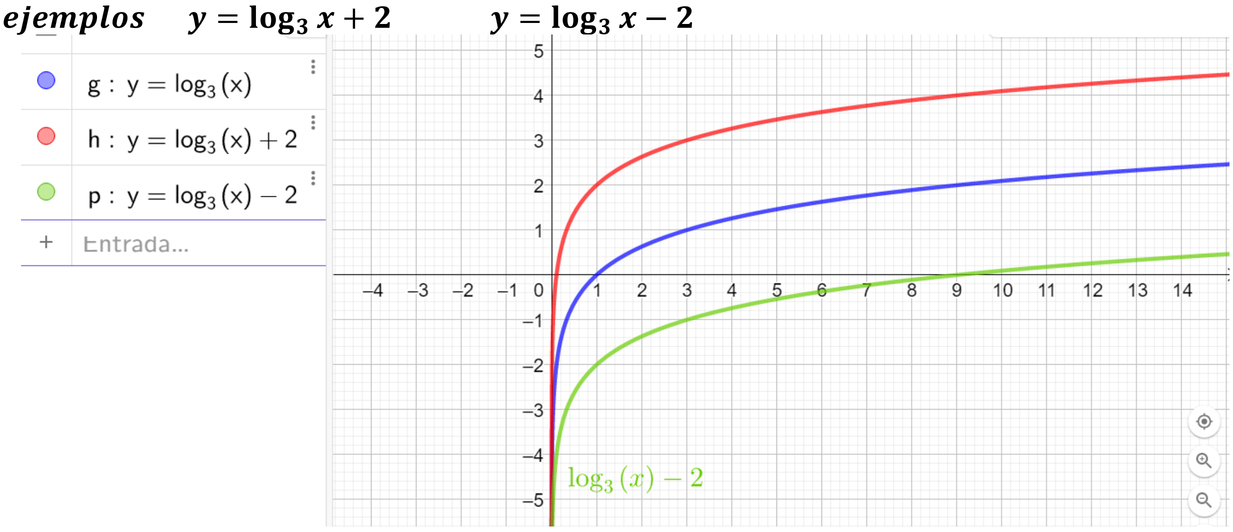
$PH = -\log[H^+]$
$4{,}5 = -\log[H^+] \quad \to \quad 10^{-4{,}5} = 0{,}0000316$ son la concentración de los iones de hidrogeno

COLEGIO DOMINGO EYZAGUIRRE
Ed. Matemática y física
Profesora Vanessa Urrutia

Sigamos analizando.

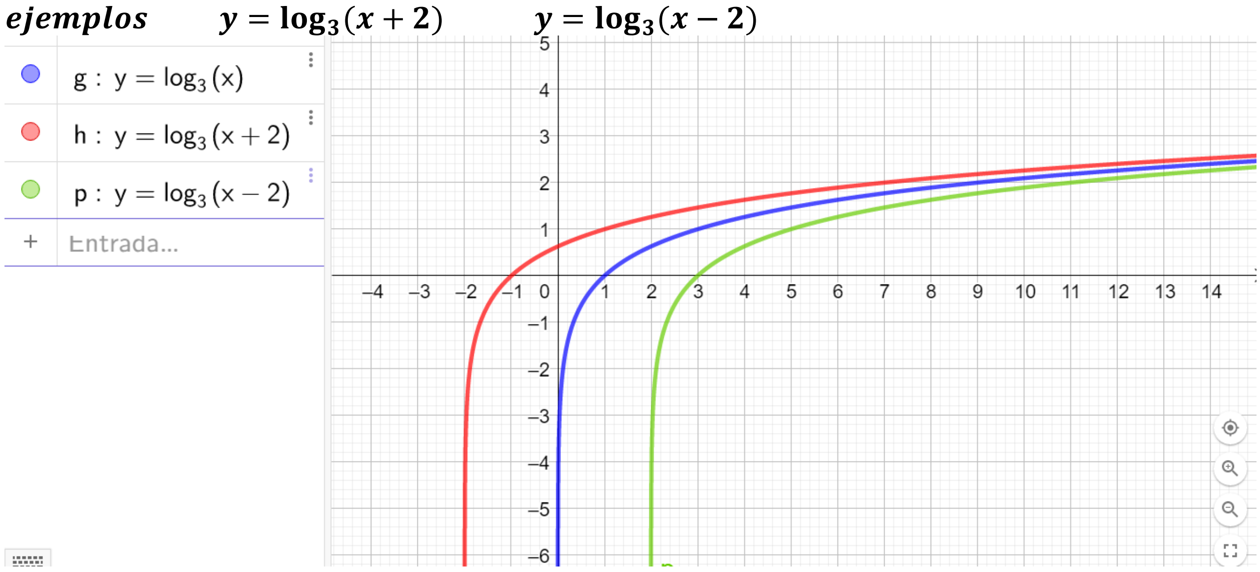
En la guía 10 esta representado los traslados de la función.
En la función logarítmica también los hay
***PARA TRASLADAR DE FORMA VERTICAL SUMAMOS UN VALOR luego de calcular el logaritmo.**

$\boldsymbol{ejemplos}$ $\quad \boldsymbol{y = \log_3 x + 2} \qquad \boldsymbol{y = \log_3 x - 2}$



***PARA TRASLADAR DE FORMA HORIZONTAL SUMAMOS UN VALOR dentro del cálculo del logaritmo.**

$\boldsymbol{ejemplos}$ $\quad \boldsymbol{y = \log_3(x + 2)} \qquad \boldsymbol{y = \log_3(x - 2)}$



Como en el caso de la función exponencial, hay un caso donde las restricciones iniciales se cambian, en el caso $y = \log_3(x + 2)$ la función se desplaza a la izquierda dos cuadritos.
En este caso el recorrido seria todos los reales, pero el dominio será desde el -2 hasta el infinito positivo. Esto se representa así
DOM: $]-2, \infty +[$
REC: $\mathbb{R}$
******los paréntesis van abiertos porque no toma los valores -2 e infinito.

ACTIVIDADES
Recuerda que debes enviar o entregar, solo el desarrollo de las actividades el resto la materia, guárdala tu o pégala en tu cuaderno.

- **Lee detenidamente las paginas 44, 45 y 47.**
- **Copia los cuadraditos de borde amarillo en tu cuaderno.**
- **Realiza todas las actividades propuestas en las páginas 49 y 50.**