



COLEGIO DOMINGO EYZAGUIRRE SAN BERNARDO
ASIGNATUR MATEMATICA
PROFESORA MILITZA ZUÑIGA VIDAL

GUIA PEDAGOGICA TERCERO MEDIO N°2

Nombre:	Curso:
Fecha inicio:	Fecha

Descripción Curricular de la Evaluación

Nivel	N° 2 (2020)
EJE	NUMEROS ALGEBRA
Objetivos (sólo los números)	OA1 OA4
Habilidades a evaluar	Resolver problemas utilizando estrategias como: Simplificar el problema y estimar el resultado. Evaluar el proceso y comprobar

Instrucciones:

Lee, desarrolla y/o responde la siguiente guía de trabajo, utilizando para ello tu libro del año pasado (2020). Debes entregar esta guía en el colegio a más tardar el _____, la que será calificada y corresponderá a la tercera nota del presente año. **Es obligatorio que adjuntes a tus respuestas, el desarrollo de cada uno de los ejercicios.** Cualquier consulta debes realizarla al correo m.zuniga@colegiodomingoeyzaguirre.cl

o al whatsapp +56971738136 en horario de 12:00 a 13:30 hrs.

PARTE 1:

Objetivo: Realizar cálculos que involucren operaciones con números reales.

NÚMEROS IRRACIONALES (Q^*)

En la guía anterior trabajamos sumas y restas de con números Irracionales. Continuaremos el trabajo con números irracionales, centrándonos en la descomposición de raíces, sus propiedades y racionalización.

Descomposición de raíces:

Para descomponer raíces es esencial que conozcas las raíces exactas, que en la tabla adjunta se presentan las primeras 25.

$\sqrt{1} = 1$
$\sqrt{4} = 2$
$\sqrt{9} = 3$
$\sqrt{16} = 4$
$\sqrt{25} = 5$
$\sqrt{36} = 6$
$\sqrt{49} = 7$
$\sqrt{64} = 8$
$\sqrt{81} = 9$
$\sqrt{100} = 10$
$\sqrt{121} = 11$
$\sqrt{144} = 12$
$\sqrt{169} = 13$
$\sqrt{196} = 14$
$\sqrt{225} = 15$

En el siguiente ejemplo de descomposición, pon atención en cada uno de los pasos:

Paso 1: Busca un producto entre dos números donde al menos uno de los factores tenga raíz cuadrada exacta.

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

Paso 2: Separa en una multiplicación de raíces, resolviendo la que tiene solución exacta.

Paso 3: Expresa la multiplicación entre el número racional y la raíz.

Por lo tanto $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

Para resolver **multiplicaciones y divisiones** con raíces de igual índice, se multiplican o dividen las cantidades subradicales, es decir, todo lo que se encuentra dentro de las raíces y se conserva el índice.

- $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$

Por ejemplo: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{2 \cdot 5} = \sqrt{10}$

- $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$, con $b \neq 0$

Por ejemplo: $\sqrt{6} : \sqrt{3} = \sqrt{6 : 3} = \sqrt{2}$

Recuerda que:

$$\begin{array}{c} \text{Índice radical} \\ \downarrow \\ {}^2\sqrt{49} = 7 \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \text{Cantidad subradical} \quad \text{Raíz} \end{array}$$

ACTIVIDAD 1 (12puntos)

Simplifica las siguientes expresiones

a. $\sqrt{72}$

d. $\sqrt{480}$

g. $\sqrt{162}$

j. $\sqrt{2700}$

b. $\sqrt{250}$

e. $\sqrt{720}$

h. $\sqrt{363}$

k. $\sqrt{600}$

c. $\sqrt{75}$

f. $\sqrt{108}$

i. $\sqrt{147}$

l. $\sqrt{7623}$

ADICIONES Y SUSTRACCIONES CON RAICES

Para resolver adiciones y sustracciones con raíces, es necesario que sean semejantes; es decir, deben tener el mismo índice y la misma cantidad subradical. (En la guía anterior, trabajamos sumas y restas, ahora debemos además aplicar la descomposición para realizar las operaciones)

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} - 4\sqrt{2} - 0,6\sqrt{3} + \frac{1}{2}\sqrt{2} = \\ & \sqrt{3} - 0,6\sqrt{3} - 4\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ & = (1 - 0,6) \cdot \sqrt{3} + \left(-4 + \frac{1}{2}\right) \cdot \sqrt{2} \\ & = 0,4\sqrt{3} - \frac{7}{2}\sqrt{2} \end{aligned}$$

$-4 + \frac{1}{2}$
 $-\frac{4}{1} + \frac{1}{2}$
 $-\frac{8}{2} + \frac{1}{2}$

Recuerda que al sumar fracciones debemos igualar denominadores

ACTIVIDAD 2 (6 puntos)

Resuelve:

a. $\sqrt{2} + \sqrt{2}$

b. $5\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$

c. $6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} - 8\sqrt{5}$

d. $-2,3\sqrt{2} + \frac{3}{5}\sqrt{2} + \sqrt{2} - 0,8\sqrt{2}$

e. $4\sqrt{6} - 3\sqrt{5} + \sqrt{5} - 4\sqrt{5}$

f. $7\sqrt{5} - 4\sqrt{20} + 3\sqrt{125}$

RACIONALIZACIÓN

Racionalizar una expresión fraccionaria significa encontrar otra expresión que sea equivalente a ella, pero que no contenga raíces en el denominador.

Observa el siguiente ejemplo (para raíces cuadradas)

$$\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2}{2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

Amplificamos la fracción por una expresión equivalente a "1".

Simplificamos.

Ejemplo 2:

Multiplicamos numerador y denominador por la raíz de 2, realizamos los cálculos y simplificamos la fracción

$$\frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2})} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{3(\sqrt{2})^2} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{3 \cdot 2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

ACTIVIDAD 3 (6 puntos)

Racionaliza las siguientes fracciones (aquí tienes otro ejemplo)

Ejemplo: $\frac{3}{\sqrt{32}} = \frac{3}{\sqrt{16 \cdot 2}} = \frac{3}{4\sqrt{2}} = \frac{3}{4\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4 \cdot 2} = \frac{3\sqrt{2}}{8}$

a. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

c. $\frac{3}{2\sqrt{8}}$

e. $\frac{11}{6\sqrt{3}}$

b. $\frac{7}{\sqrt{7}}$

d. $-\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{21}}$

f. $-\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{8}}$

Para racionalizar las expresiones de la forma $\frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ y $\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$, con a y b números reales mayores a 0 y distintos, realizaremos el siguiente procedimiento:

$$\frac{1}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a} \mp \sqrt{b})}{a - b}$$

Dicho de otra forma, si el denominador de la fracción es un binomio con raíces, se amplifica por el factor faltante de la **suma por su diferencia** para racionalizarla.

Por ejemplo: $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$

Aplicamos la suma por su diferencia: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, donde $(\sqrt{5} + \sqrt{2})$ corresponde al factor $(a + b)$.

$$\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{(\sqrt{5} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{5 - 2} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{3}$$

Puedes apoyarte del siguiente video

<https://www.youtube.com/watch?v=YQx7-jF1bWA>

ACTIVIDAD 4. Racionaliza las siguientes expresiones: (8 puntos)

a. $\frac{10}{2 + \sqrt{8}}$

e. $\frac{1}{7 - \sqrt{6}}$

b. $\frac{9}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$

f. $\frac{2}{2 + 2\sqrt{2}}$

c. $\frac{6}{\sqrt{13} + \sqrt{10}}$

g. $-\frac{3}{\sqrt{14} - \sqrt{5}}$

d. $\frac{32}{21 - \sqrt{13}}$

h. $-\frac{7}{\sqrt{7} + \sqrt{12}}$

PARTE N°2

Objetivo: Resolver ecuaciones cuadráticas por fórmula general

ECUACIONES CUADRATICAS (RESOLUCIÓN POR FORMULA GENERAL)

Realiza lectura de las páginas 110 y 111 de tu Texto del estudiante.

Para resolver ecuación cuadrática, existen varios métodos entre ellos, en esta oportunidad aplicaremos la fórmula general.

● En toda ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ con $a \neq 0$, es posible obtener sus soluciones mediante la **fórmula general**:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ y } x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Observemos el siguiente ejemplo:

$$3x^2 - 5x + 1 = 0$$

Identificamos los coeficientes de la ecuación: $a = 3$, $b = -5$ y $c = 1$

$$\text{Reemplazamos los valores: } x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1}}{2 \cdot 3} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 12}}{6} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}$$

$$\text{Se obtienen las soluciones: } x_1 = \frac{5 + \sqrt{13}}{6}; x_2 = \frac{5 - \sqrt{13}}{6}$$

ACTIVIDAD 6. Aplica la fórmula general a las siguientes ecuaciones y determina sus soluciones: (9puntos)

1. $2x^2 - 5x - 3 = 0$

2. $5x^2 - 10x + 5 = 0$

3. $3x^2 + 5x + 4 = 0$

Las soluciones de las ecuaciones pueden ser:

- reales y distintas
- reales e iguales
- No pertenecer a los reales.

- El discriminante (Δ) de una ecuación cuadrática de fórmula general $ax^2 + bx + c = 0$ es:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Mediante el valor del discriminante de una ecuación cuadrática, es posible determinar la existencia de las soluciones. Se pueden dar tres casos:

$$\Delta > 0$$

La ecuación tiene dos soluciones reales distintas.

$$\Delta = 0$$

La ecuación tiene dos soluciones reales iguales.

$$\Delta < 0$$

La ecuación no tiene solución en los reales.

Ejemplo. Calculemos el discriminante y determinemos el tipo de solución.

$$: 3x^2 - 5x - 2 = 0$$

Identificamos los coeficientes de la ecuación: $a = 3$, $b = -5$ y $c = 2$.

Determinamos el discriminante: $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25 - 24 = 1$.

Respondemos: $\Delta = 1$ y la ecuación tiene dos soluciones reales distintas.

ACTIVIDAD N°7 (4 puntos)

Calcula el discriminante y determina el tipo de solución de las ecuaciones

a. $21 + 27x^2 = 0$

b. $16x^2 + 16x = -4$

c. $6x^2 + 11x + 3 = 0$

d. $3x - 4x^2 - 5 = 0$

Videos de apoyo.

<https://www.youtube.com/watch?v=ZC67c5ar9mA> (fórmula general ecuaciones cuadráticas)