COLEGIO DOMINGO EYZAGUIRRE
SAN BERNARDO
ASIGNATURA MATEMATICA
PROFESORA MILITZA ZUÑIGA VIDAL

GUIA PEDAGOGICA N°4 CUARTO MEDIO

Nombre:	**Curso:**
Fecha inicio:	**Fecha**

Descripción Curricular de la Evaluación

Nivel	**N° 1 (2021)**
EJE	Números (PDT: Relación entre potencias, raíces y logaritmos)
Objetivos (sólo los números)	OA2
Habilidades a evaluar	Resolver problemas. Relacionar

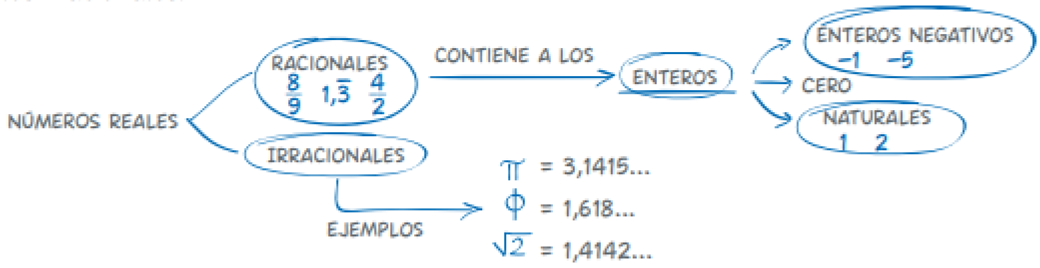
Instrucciones:

Lee, desarrolla y/o responde la siguiente guía de trabajo, Debes entregar esta guía en el colegio a más tardar el dìa______la que será calificada y corresponderá a sexta nota del presente año. **Es obligatorio que adjuntes a tus respuestas, el desarrollo de cada uno de los ejercicios.** Cualquier consulta debes realizarla al correo m.zuniga@colegiodomingoeyzaguirre.cl o al whatsapp +56971738136 en horario de 12:00 a 15:00 hrs.
En esta guía abordaremos el cojunto de números reales , irracionales, raíces enésimas y propiedades de raíces para la multiplicación y division.

EL CONJUNTO DE LOS IRRACIONALES

Existen números que no pueden ser representados como una fracción $\frac{m}{n}$, con $m, n \in \mathbb{Z}$ y $n \neq 0$. Estos conforman el conjunto de los **números irracionales** ($\mathbb{Q}^*$) y su expresión decimal tiene un número infinito de cifras decimales no periódicas.

El conjunto de los **números reales** $\mathbb{R}$ corresponde a la unión de los racionales y los irracionales.



De este modo, puede definirse **al número irracional como un decimal infinito no periódico,**

ACTIVIDAD 1 (5 PUNTOS)

Completa la tabla con ✔ si el número pertenece al conjunto o con ✗ si no pertenece

Número	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{Q}^*$	$\mathbb{R}$
$-0{,}5$					
$2{,}0\overline{36}$					
$2\sqrt{49}$					
$\sqrt{5}$					
-6					

RAÍCES ENÉSIMAS

Definición de raíz

Para comprender lo que es la raíz enésima de un número, es necesario tener en claro los términos de la radicación:

Indice

$$\sqrt[n]{a} = b$$

Raíz
o valor de la raíz

Cantidad
subradical

Observación: Cuando en una raíz el índice es 2, este se suprime, es decir: $\sqrt[2]{\boldsymbol{a}} = \sqrt{\boldsymbol{a}}$ y se lee "Raíz cuadrada de a"

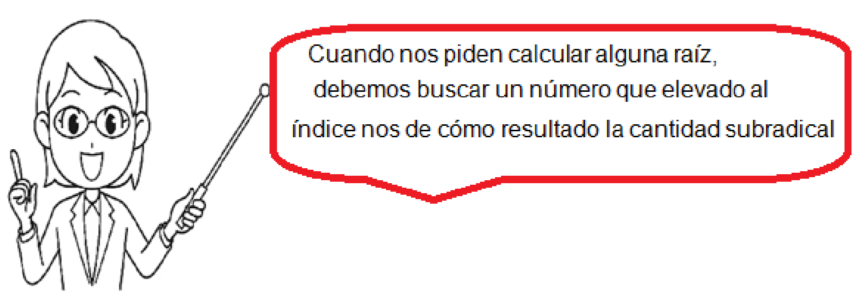
Ejemplos:

1. $\sqrt{\mathbf{9}} = \mathbf{3}$ Se lee: "raíz cuadrada de 9"

- Índice=2
- Cantidad subradical=9
- Valor de la raíz = 3

2. $\sqrt{\mathbf{25}} = \mathbf{5}$ Se lee: "raíz cuadrada de 25"

- Índice=2
- Cantidad subradical = 25
- Valor de la raíz = 5,



3. $\sqrt[3]{\mathbf{8}} = \mathbf{2}$ Se lee: "raíz cúbica de 8"

- Índice=3
- Cantidad subradical = 8
- Valor de la raíz = 2 **¿Por qué es 2? ,** Según su definición necesitamos un numero que elevado al índice **3** ,nos de cómo resultado la cantidad subradical que es **8**.
  $¿Qué\ número\ elevado\ a\ 3\ resulta\ 8\ , \boldsymbol{x^3} = \mathbf{8}?\ ese\ numero\ es\ el\ 2\ , ya\ que\ \ 2^3 = 8$

4. $\sqrt[4]{\mathbf{81}} = \mathbf{3}$ Se lee: "raíz cuarta de 81"

- Índice=4
- Cantidad subradical = 81
- Valor de la raíz = 3 **¿Por qué es 3?,** Según su definición necesitamos un numero que elevado al índice **4** , nos de cómo resultado la cantidad subradical que es **81**.
- $¿Qué\ número\ elevado\ a\ 4\ resulta\ 81\ , \boldsymbol{x^4} = \mathbf{81}?\ ese\ numero\ es\ el\ \mathbf{3}\ , ya\ que\ \ 3^4 = 81$

Antes de continuar calcula las siguientes raíces exactas según los ejemplos anteriores:

$\sqrt[3]{\mathbf{27}}$=

$\sqrt[4]{\mathbf{16}}$=

$\sqrt[5]{\mathbf{32}}$=

$\sqrt[3]{\mathbf{125}}$=

OPERACIONES CON NÚMEROS IRRACIONALES

Los números irracionales, tal como los otros conjuntos numéricos que ya conocemos hasta ahora, es posible realizar las operaciones básicas (sumas, restas, multiplicaciones y divisiones). A continuación, aprendemos a operar con estos nuevos números:

Adición y sustracción

Podemos sumar y restar raíces solamente cuando estos tengan el **mismo índice** y contengan **una cantidad subradical** o radicando. Veamos el siguiente ejemplo:

$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + \sqrt{2} =$

Se pide realizar una operación combinada de sumas, lo cual podremos hacer ya que todos los términos son raíces cuadradas de 2 ,$(\sqrt{2})$

Desarrollo:

(Cuando hay una raiz, sola $\sqrt{2}$, siempre será lo mismo que $1\sqrt{2}$)

$$\mathbf{3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + \sqrt{2} =}$$

¿De qué forma las sumaremos?

$$\mathbf{3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 1\sqrt{2}}$$

$$\underbrace{\mathbf{(3 + 5 + 1)}}\mathbf{\sqrt{2}}$$

Sumamos los términos que están delante de la raiz y mantenemos $\sqrt{2}$

$$\mathbf{8\sqrt{2}}$$

Por lo tanto el resultado del ejercicio es $8\sqrt{2}$.

Resolvamos otro ejemplo:

$$\mathbf{4\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + \sqrt{7}} =$$

Como todos los términos tiene $\sqrt{7}$ podemos sumar y/o restar sin problema. Añadiremos un "1" delante de la raíz única $(1\sqrt{7})$

$$\mathbf{4\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + 1\sqrt{7}} =$$
$$\mathbf{(4 - 2 + 1)\sqrt{7}}$$
$$\mathbf{3\sqrt{7}}$$

Por lo tanto el resultado de este ejemplo es $\mathbf{3\sqrt{7}.}$

Continuemos con el siguiente ejemplo:

$$\mathbf{9\sqrt{3} + 2\sqrt[3]{3} + 10\sqrt[3]{3} - 20\sqrt{3} + \sqrt[3]{3} - 12\sqrt{3}} =$$

Observa bien, este ejercicio tiene términos con $\mathbf{\sqrt{3}}$ y términos con $\mathbf{\sqrt[3]{3}}$, tienen ambos cantidad subradical "3", pero unos son de índice **2** (raíz cuadrada) y los otros índice **3** (raíz cúbica). Por lo tanto, vamos a agrupar los términos $\mathbf{\sqrt{3}}$ por un lado y los términos $\mathbf{\sqrt[3]{3}}$ por otro, con sus respectivos signos:

$$\boxed{9\sqrt{3}} + 2\sqrt[3]{3} + 10\sqrt[3]{3} \boxed{-20\sqrt{3}} + 1\sqrt[3]{3} \boxed{-12\sqrt{3}} =$$

$\sqrt{3}$	$\sqrt[3]{3}$
$9\sqrt{3} \; -20\sqrt{3} - 12\sqrt{3}$	$+2\sqrt[3]{3} + 10\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{3}$
$(9-20-12)\sqrt{3}$	$(2+10+1)\sqrt[3]{3}$
$-23\sqrt{3}$	$13\sqrt[3]{3}$

Por lo tanto el resultado es: $-23\sqrt{3} + 13\sqrt[3]{3}$ o bien $13\sqrt[3]{3} - 23\sqrt{3}$ **(**El resultado final queda expresado con dos términos**)**
Y para finalizar, resolvamos el último ejemplo:

$$5\sqrt{2} + 10\sqrt[3]{5} - 3\sqrt{3} - 14\sqrt{2} - 4\sqrt[3]{5} - 7\sqrt{2} + 10\sqrt{3} - 6\sqrt[3]{5} + \sqrt{2} - 8\sqrt{3} =$$

Este ejercicios tiene 10 expresiones, los cuales se agrupan en 3 tipos de términos:
$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ y $\sqrt[3]{5}$**.** Por lo tanto en este ejercicio debemos armar tres grupos, observa:

$$\boxed{5\sqrt{2}} + 10\sqrt[3]{5} \underline{\underline{-3\sqrt{3}}} \boxed{-14\sqrt{2}} - 4\sqrt[3]{5} \boxed{-7\sqrt{2}} \underline{\underline{+10\sqrt{3}}} - 6\sqrt[3]{5} \boxed{+1\sqrt{2}} \underline{\underline{-8\sqrt{3}}}$$

$\sqrt{2}$	$\sqrt[3]{5}$	$\sqrt{3}$
$5\sqrt{2} \; -14\sqrt{2} \; -7\sqrt{2} + 1\sqrt{2}$	$+10\sqrt[3]{5} \; -4\sqrt[3]{5} \; -6\sqrt[3]{5}$	$-3\sqrt{3} + 10\sqrt{3} \; -8\sqrt{3}$
$(5-14-7+1)\sqrt{2}$	$(10-4-6)\sqrt[3]{5}$	$(-3+10-8)\sqrt{3}$
$-20\sqrt{2}$	$0\sqrt[3]{5}$	$-1\sqrt{3}$

En los términos $\sqrt[3]{5}$ **nos dio como resultado 0,** por lo tanto, este término no se escribe en el resultado final, es decir nuestra solución es: $-20\sqrt{2} - \sqrt{3}$
(Recuerda que el "1" no es necesario escribirlo).

Practiquemos

OBSERVACION
Existen varios ejercicios que tienen números fraccionarios, ten presente que el procedimiento es el mismo:

1) Agrupar los términos según el tipo de raíz.
2) Sumar o restar de acuerdo a lo indicado, en caso de números fraccionarios tú ya sabes sumar y restar fracciones (debes igualar los denominadores). Y transformar decimales a fracción cuando sea necesario.

ACTIVIDAD 2 (8 PUNTOS)

Resuelve las adiciones y sustracciones de los siguientes ejercicios:

1) $4\sqrt{3} + 11\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 8\sqrt{3} - 15\sqrt{3} =$
2) $6\sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 14\sqrt{5} - 5\sqrt{5} + \sqrt{5} - 7\sqrt{5} + 15\sqrt{5} - 3\sqrt{5} =$
3) $2\sqrt{2} - 10\sqrt{5} - 10\sqrt{2} - 12\sqrt{5} + 12\sqrt{2} + \sqrt{5} - 4\sqrt{2} + \sqrt{5} =$
4) $6\sqrt{6} - 10\sqrt{7} + 10\sqrt{6} - \sqrt{7} + 9\sqrt{6} - 11\sqrt{7} + \sqrt{7} + 4\sqrt{6} =$

5) $4\sqrt[3]{2}+3\sqrt{2}-10\sqrt{2}+8\sqrt[3]{2}+2\sqrt{2}-\sqrt[3]{2}+10\sqrt[3]{2}+7\sqrt{2}=$

6) $-10\sqrt{5}+9\sqrt[3]{7}+5\sqrt{5}+10\sqrt[3]{7}+\sqrt{5}-13\sqrt[3]{7}+\sqrt{5}-\sqrt[3]{7}=$

7) $-\sqrt{2}+4\sqrt{5}+5\sqrt{2}+4\sqrt{5}-10\sqrt{5}+10\sqrt{2}-13\sqrt{2}+7\sqrt{2}=$

8) $\frac{3}{5}\sqrt{2}+\frac{1}{2}\sqrt{2}=$

RAICES ENÉSIMAS Y POTENCIAS DE EXPONENTE RACIONAL

A continuación, aprenderemos a interpretar las raíces enésimas de una manera distinta, lo que nos permitirá realizar nuevos cálculos y descubrir nuevas relaciones. Toda raíz enésima puede interpretarse como una potencia de exponente fraccionario y viceversa, del siguiente modo:

$$\sqrt[n]{a^m} \Leftrightarrow a^{\frac{m}{n}}$$

Observación: El índice de la raíz, se ubica en el denominador del exponente fraccionario.

1. $\sqrt[5]{7^8}=7^{\frac{8}{5}}$	Aplicamos la relación.
2. $\sqrt[9]{2^6}=2^{\frac{6}{9}}=2^{\frac{2}{3}}$	La fracción del exponente, se simplifica por 3.
3. $\sqrt[4]{3}=3^{\frac{1}{4}}$	Recordar que una potencia si no tiene exponente es un 1, $a^1=a$.
4. $\sqrt{4^3}=4^{\frac{3}{2}}$	Recordar que la raíz cuando es cuadrada no se escribe el índice, $\sqrt[2]{a}=\sqrt{a}$.
5. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{5}}=\sqrt[5]{\left(\frac{2}{3}\right)^3}$	Esta relación también se aplica desde potencia a raíz.

Realiza lectura de la página 22 de tu Texto del Estudiante, completa posteriormente las siguientes actividades:

ACTIVIDAD 3 (11 PUNTOS)

1. Escribe cada potencia como una raíz.

a. $6^{\frac{1}{5}}$ d. $\left(\frac{1}{6}\right)^{1,3}$ g. $16^{0,4}$

b. $24^{\frac{5}{9}}$ e. $101^{\frac{3}{n}}$ h. $3^{-2,5}$

c. $5^{\frac{5}{2}}$ f. $(-4)^{\frac{4}{5}}$ i. $\left(\frac{25}{16}\right)^{\frac{2}{5}}$

2. Escribe cada raíz como una potencia. Simplifica el resultado.

a. $\sqrt{6}$ d. $\sqrt[15]{2^{-5}}$ g. $\sqrt[9]{\left(\frac{2}{3}\right)^3}$

b. $\sqrt[4]{3^6}$ e. $\sqrt[n]{(-5)^3}$ h. $\sqrt[3]{\left(\frac{5}{125}\right)^6}$

c. $\sqrt[5]{9^6}$ f. $\sqrt[3]{\sqrt[4]{27}}$ i. $\sqrt[5]{(-3)^2}$

3. ◆ Identifica el error y explica.

a. $(\sqrt{15})^3=15^{\frac{2}{3}}$ b. $-\left(\sqrt[3]{9}\right)^2=(-9)^{\frac{2}{3}}$