COLEGIO DOMINGO EYZAGUIRRE
SAN BERNARDO
ASIGNATURA MATEMATICA
PROFESORA MILITZA ZUÑIGA VIDAL

GUIA PEDAGOGICA N°5 CUARTO MEDIO

Nombre:	**Curso:**
Fecha inicio: 01 OCTUBRE	**Fecha entrega 15 octubre**

Descripción Curricular de la Evaluación

Nivel	**N° 1 (2021)**
EJE	Números (PDT: POTENCIAS DE EXPONENTE ENTERO Y BASE RACIONAL.
Objetivos (sólo los números)	OA2
Habilidades a evaluar	Resolver problemas. Relacionar

Instrucciones:

Lee, desarrolla y/o responde la siguiente guía de trabajo, Debes entregar esta guía en el colegio a más tardar el día 15 de octubre ya que será calificada y corresponderá a la primera nota del presente trimestre. **Es obligatorio que adjuntes a tus respuestas, el desarrollo de cada uno de los ejercicios.** Cualquier consulta debes realizarla al correo militza.zuniga@colegiodomingoeyzaguirre.cl o al whatsapp +56971738136 en horario de 12:00 a 15:00 hrs.

POTENCIAS DE BASE RACIONAL Y EXPONENTE ENTERO

¡Recuerda!

Una potencia corresponde a una multiplicación reiterada de términos o números iguales, los números que se multiplican de forma reiterada es la base y el exponente indica cuantas veces se multiplica la base. cación.

exponente

$$a^{n} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a}_{n \text{ veces}} \dots$$

base

Antes de continuar con este recordatorio, completa la tabla de la página 38 de tú Texto del estudiante.

Potencias con exponente igual a cero.

Cuando el exponente de una potencia es 0, su resultado es 1. (siempre que su base no sea cero). Ejemplos:

- $(-3)^0 = 1$
- $(-1)^0 = 1$
- $\left(-\frac{3}{2}\right)^0 = 1$

Potencias con base negativa y exponente par:
Las potencias que tienen exponente par son siempre positivas, sin importar el signo de la base.
Ejemplos:

- $(-3)^2 = (-3)\cdot(-3) = 9$
- $(-1)^6 = (-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1) = 1$
- $\left(-\frac{3}{2}\right)^4 = \left(-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{81}{32}$

Potencias con base negativa y exponente impar:
Las potencias que tienen base negativa y exponente impar serán siempre negativas.
Ejemplos:

- $(-3)^3 = (-3)\cdot(-3)\cdot(-3) = -27$
- $(-1)^9 = (-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1) = -1$
- $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = \left(-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{27}{16}$

Potencias exponente negativo
Para trabajar la siguiente propiedad, distinguiremos los dos siguientes casos:

***1) Base entera**: Si el exponente de una potencia es negativo y su base un número entero, su valor será igual al inverso multiplicativo de la potencia cuyo exponente es positivo (Cuadro Concepto página 40 texto del estudiante)*
Ejemplos:

1)

exponente cambia a positivo

$$3^{-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3} = \frac{1}{27}$$

inverso multiplicativo

2)

exponente cambia a positivo

$$5^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{5} = \frac{1}{25}$$

inverso multiplicativo

3)

exponente cambia a positivo

$$(-2)^{-5} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{32}$$

inverso multiplicativo

***Base racional:** En este caso se cumple que:* $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{n}\right)^{n}$ (En resumen, cuando la base es un racional su inverso multiplicativo se logra invirtiendo la fracción). Ejemplos:

exponente cambia a positivo

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2} = \frac{27}{8}$$

inverso multiplicativo

exponente cambia a positivo

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{5}{4}\cdot\frac{5}{4} = \frac{25}{16}$$

inverso multiplicativo

exponente cambia a positivo

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = \left(\frac{2}{1}\right)^5 = \frac{2}{1}\cdot\frac{2}{1}\cdot\frac{2}{1}\cdot\frac{2}{1}\cdot\frac{2}{1} = \frac{32}{1} = 32$$

inverso multiplicativo

Agregaremos un cuarto ejemplo, en el cual la base es un número racional expresado en decimal, observa:

$$(0,\overline{3})^{-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{1}\right)^3 = \frac{3}{1}\cdot\frac{3}{1}\cdot\frac{3}{1} = \frac{27}{1} = 27$$

$$0,\overline{3} = \frac{3-0}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Transformaciòn decimal a fracción

Potencias de una potencia: La propiedad establece que se mantiene la base y se multiplican los exponentes, es decir, $\left[\left(\frac{a}{b}\right)^{n}\right]^{m} = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \cdot m}$. Ejemplos:

1) $\left[\left(\frac{1}{4}\right)^{5}\right]^{2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{5 \cdot 2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{10}$

2) $\left[\left(-\frac{2}{7}\right)^{2}\right]^{-2} = \left(\frac{2}{7}\right)^{2 \cdot -2} = \left(\frac{2}{7}\right)^{-4} = \left(\frac{7}{2}\right)^{4}$

3) $[(2)^2]^{-3} = (2)^{2 \cdot -3} = (2)^{-6} = \left(\frac{1}{2}\right)^{6}$

ACTIVIDAD 1. (**TOTAL 28 puntos)**

1. Resuelve los siguientes ejercicios (16 puntos)

1. Calcula el valor de las siguientes potencias.

a. $\left(\frac{2}{5}\right)^{3}$ c. $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$ e. $(-2{,}5)^{2}$ g. $\left(-\frac{3}{7}\right)^{-2}$ i. $\left(\frac{5}{15}\right)^{-4}$ k. $1{,}\overline{5}^{\,-7}$

b. $\left(-\frac{2}{5}\right)^{3}$ d. $0{,}8^{3}$ f. $(-1{,}2)^{-3}$ h. $\left(-\frac{4}{5}\right)^{-3}$ j. $(-0{,}2)^{-3}$ l. $1{,}\overline{45}^{\,-3}$

2. ÁLGEBRA Calcula el valor de las siguientes expresiones considerando que $a = 2$, $b = -2$ y $c = -1$.

a. $\left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{c}$ b. $3{,}4^{b} + (-2{,}2)^{c}$ c. $\left[\left(\frac{c}{a}\right)^{3}\right]^{c}$ d. $\left(\frac{3}{5}\right)^{a} + (0{,}7^{b})^{c}$

2. Resuelve los ejercicios de la primera columna y relaciona su respuesta con los valores de la segunda columna.(aplica todo lo aprendido con anterioridad)(12puntos)

Primera columna			Segunda columna
$\left(\frac{3}{5}\right)^{2}$	o	o	$\frac{1}{27}$
$\left(\frac{10}{7}\right)^{0}$	o	o	$\frac{1}{8}$
$(3)^{-3}$	o	o	64
$\left(-\frac{1}{2}\right)^{3}$	o	o	$\frac{25}{9}$
$\left(\frac{1}{2}\right)^{3}$	o	o	$\frac{9}{25}$
$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\right]^{3}$	o	o	$-\frac{1}{8}$
$(0{,}6)^{-2}$	o	o	1

MULTIPLICACION Y DIVISION DE POTENCIAS DE BASE RACIONAL

En multiplicaciones y divisiones de potencia se pueden usar propiedades para simplificar su cálculo. Estas propiedades solo se emplean cuando la base o el exponente es el mismo. De lo contrario, se debe resolver cada potencia respectivamente.

Realiza lectura de los siguiente ejemplos.

■ EJEMPLO 1

Escribe como una sola potencia la expresión $\left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^4$.

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{2^3}{5^3} \cdot \frac{2^4}{5^4} = \frac{2^3 \cdot 2^4}{5^3 \cdot 5^4} = \frac{2^7}{5^7} = \left(\frac{2}{5}\right)^7$$

Para $a, b, m, n \in \mathbb{Z}$, $a, b \neq 0$ se cumple que:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$
$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$
$$a^m : a^n = a^{m-n}$$
$$a^n : b^n = (a : b)^n$$

■ EJEMPLO 2

Escribe como una sola potencia la expresión $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3$.

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{(-2)^3}{3^3} \cdot \frac{4^3}{5^3} = \frac{(-2)^3 \cdot 4^3}{3^3 \cdot 5^3} = \frac{(-2 \cdot 4)^3}{(3 \cdot 5)^3} = \left(-\frac{8}{15}\right)^3$$

¿Observas alguna relación entre la multiplicación de cada ejemplo y su resultado?

Para **multiplicar potencias**:

- de **igual base** racional y exponente entero, se conserva la base y se suman los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}, \text{ con } \frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}, b \neq 0, n, m \in \mathbb{Z}$$

- de base racional e **igual exponente** entero, se multiplican las bases y se mantiene el exponente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^n, \text{ con } \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q} - \{0\}, b \neq 0, d \neq 0, n \in \mathbb{Z}$$

ACTIVIDAD 2 (10 PUNTOS)

1. Expresa las siguientes multiplicaciones como una sola potencia. Utiliza las propiedades.

a. $\left(\frac{5}{8}\right)^5 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^7$ b. $\left(-\frac{3}{21}\right)^{13} \cdot \left(-\frac{3}{21}\right)^{-4}$ c. $\left(-\frac{3}{10}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^4$ d. $\left(\frac{7}{11}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{-3}$

2. ¿Es correcto el desarrollo que se muestra? Explica.

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right)^{4+4} = \left(-\frac{1}{6}\right)^8$$

A continuación aplicaremos propiedades para la división de potencias. Revisa los siguientes ejemplos:

■ EJEMPLO 3

Resuelve la expresión $\left(\frac{3}{5}\right)^6 : \left(\frac{3}{5}\right)^4$ utilizando propiedades.

$$\left(\frac{3}{5}\right)^6 : \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3^6}{5^6} : \frac{3^4}{5^4} = \frac{3^6}{5^6} \cdot \frac{5^4}{3^4} = \frac{3^6 \cdot 5^4}{5^6 \cdot 3^4} = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$$

■ EJEMPLO 4

Escribe como una sola potencia la expresión $\left(-\frac{4}{9}\right)^5 : \left(-\frac{3}{7}\right)^5$.

$$\left(-\frac{4}{9}\right)^5 : \left(-\frac{3}{7}\right)^5 = \frac{(-4)^5}{9^5} : \frac{(-3)^5}{7^5} = \frac{(-4)^5}{9^5} \cdot \frac{7^5}{(-3)^5} = \frac{(-4)^5 \cdot 7^5}{9^5 \cdot (-3)^5} = \frac{(-4 \cdot 7)^5}{(9 \cdot -3)^5} = \left(\frac{28}{27}\right)^5$$

Para **dividir potencias**:

- de **igual base** racional y exponente entero, se conserva la base y al exponente del dividendo se le resta el exponente del divisor.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}, \text{ con } \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}-\{0\},\ b \neq 0,\ n, m \in \mathbb{Z}$$

- de base racional e **igual exponente** entero, se dividen las bases y se mantiene el exponente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b} : \frac{c}{d}\right)^n, \text{ con } \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}-\{0\},\ b \neq 0,\ d \neq 0,\ n \in \mathbb{Z}$$

ACTIVIDAD 3 (10 PUNTOS)

1. Expresa las siguientes divisiones como una sola potencia. Utiliza las propiedades.

   a. $\left(\frac{2}{7}\right)^6 : \left(\frac{2}{7}\right)^4$

   b. $\left(-\frac{1}{10}\right)^2 : \left(-\frac{1}{10}\right)^{-3}$

   c. $\left(-\frac{5}{8}\right)^3 : \left(\frac{1}{6}\right)^3$

   d. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} : \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$

2. En una división de fracciones el dividendo es $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$ y el divisor $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$. ¿Cuál es la mitad del cociente?

Ejemplo 5

Aplica las propiedades de las potencias para simplificar la expresión:

$$\left[\left(\frac{4}{5}\right)^7 : \left(\frac{4}{5}\right)^{10}\right] \cdot \left[\left(-\frac{2}{20}\right)^3 : \left(\frac{5}{2}\right)^3\right]$$

1º En el primer paréntesis, resuelve una división de potencias de igual base.

$$\left(\frac{4}{5}\right)^7 : \left(\frac{4}{5}\right)^{10} = \left(\frac{4}{5}\right)^{7-10} = \left(\frac{4}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{4}\right)^3$$

2º En el segundo paréntesis, resuelve una división de potencias de igual exponente.

$$\left(-\frac{2}{20}\right)^3 : \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \left(-\frac{2}{20} : \frac{5}{2}\right)^3 = \left(-\frac{2}{20} \cdot \frac{2}{5}\right)^3 = \left(-\frac{4}{100}\right)^3$$

3º Resuelve la multiplicación.

$$\left(\frac{5}{4}\right)^3 \cdot \left(-\frac{4}{100}\right)^3 = \left[\frac{5}{4} \cdot \left(-\frac{4}{100}\right)\right]^3 = \left[-\frac{20}{400}\right]^3 = \left[-\frac{1}{20}\right]^3 = -\frac{1}{8\,000}$$

Por lo tanto, $\left[\left(\frac{4}{5}\right)^7 : \left(\frac{4}{5}\right)\right]^{10} \cdot \left[\left(-\frac{2}{20}\right)^3 : \left(\frac{5}{2}\right)^3\right] = -\frac{1}{8\,000}$.

ACTIVIDAD 3 (12 PUNTOS)

1. Expresa las siguientes multiplicaciones y divisiones como una sola potencia.

   a. $\left(\frac{2}{7}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{-3}$

   b. $\left(\frac{2}{9}\right)^{12} : \left(\frac{6}{11}\right)^{12}$

   c. $\left(-\frac{5}{6}\right)^5 : \left(-\frac{5}{6}\right)^{11}$

   d. $\left(-\frac{8}{18}\right)^4 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^4$

   e. $\left(\frac{5}{11}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{5}{11}\right)^7$

   f. $\left(-\frac{3}{5}\right)^3 : \left(\frac{3}{5}\right)^3$

   g. $\left(\frac{3}{12}\right)^{13} \cdot \left(\frac{3}{12}\right)^{-4}$

   h. $\left(\frac{6}{13}\right)^7 : \left(\frac{3}{5}\right)^{-7}$

2. Calcula las siguientes operaciones combinadas de potencias.

   a. $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2$

   b. $\left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 : 0{,}75^6$

   c. $\left(\frac{5}{11}\right)^{-4} : \left(\frac{5}{11}\right)^7$

   d. $0{,}\overline{6}^4 \cdot \left[\left(\frac{4}{5}\right)^6 : \left(\frac{4}{5}\right)^2\right]$

ACTIVIDAD 4 (12 PUNTOS)

Comprueba si se cumple cada una de las igualdades. Corrige de ser necesario.

a. $\left[\left(\frac{1}{6}\cdot\frac{7}{5}\right)^{3}\right]^{2}=\left(\frac{1}{6}\right)^{6}\cdot\left(\frac{7}{5}\right)^{2}$

d. $\left(\frac{2}{3}\right)^{8}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{8}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{8}=\left(\frac{1}{5}\right)^{8}$

b. $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{3}:\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}\right]^{-5}=1$

e. $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{2}:\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}\right]\cdot\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}:\left(\frac{3}{2}\right)^{3}\right]^{-1}=\left(\frac{3}{2}\right)^{5}$

c. $\left(\frac{1}{2}\right)^{4}\cdot(2)^{-4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{4}=\left(\frac{1}{2}\right)^{12}$

f. $\left[\left(\frac{7}{4}\right)^{-1}:\left(\frac{7}{4}\right)^{-6}\right]:\left[\left(\frac{7}{4}\right)^{4}:\left(\frac{7}{4}\right)\right]^{2}=\frac{4}{7}$

Éxitos en tu tarea!!